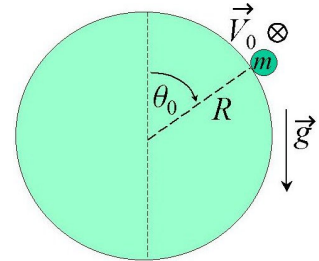


CONTROL N°1

8 de septiembre de 2004  
Tiempo: 2:30 horas

**Problema 1**

Una partícula de masa  $m$  está ubicada sobre la superficie de una esfera de radio  $R$  en la posición que se indica en la figura, donde  $\theta_0 = \pi/3$ . En el instante inicial se lanza la partícula con velocidad horizontal  $V_0$ , tangente a la superficie.



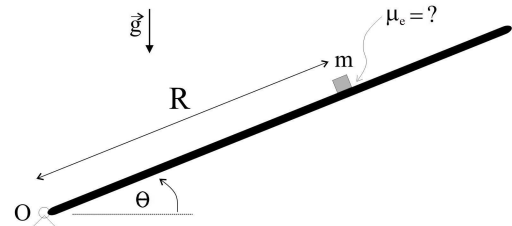
- Encuentre la velocidad y aceleración de la partícula en función de  $\theta$
- Determine el valor del ángulo  $\theta$  en que la partícula se despegue de la superficie

**Problema 2**

En el sistema de la figura, la barra rota en torno a la rótula  $O$  con aceleración angular constante  $\alpha = 2g/R$ , habiendo iniciado su movimiento desde la posición  $\theta = 0$ , con  $\dot{\theta} = 0$ .

Una partícula de masa  $m$  descansa sobre la barra a una distancia  $R$  de  $O$ .

Determine el mínimo coeficiente de roce estático  $\mu_e$  que debe existir entre partícula y barra para que la partícula no deslice en el intervalo  $0 < \theta < \pi$ .

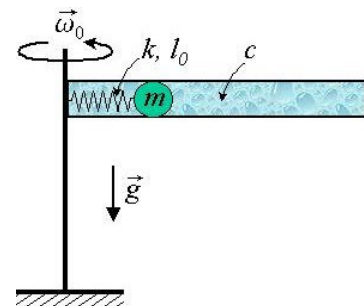


**Problema 3**

Una partícula  $P$  de masa  $m$  está en el interior de un tubo que gira en torno al eje vertical con velocidad angular  $\omega_0$ . La partícula está unida al extremo de un resorte de constante  $k = 2m\omega_0^2$  y largo natural  $l_0$ , como se muestra en la figura. Dentro del tubo existe un fluido cuyo roce viscoso con la partícula tiene la forma:

$$\vec{f}_{rv} = -c \vec{v}$$

Inicialmente  $P$  se encuentra en reposo respecto del tubo, con el resorte en su largo natural.



- Analice **los tipos** de solución posibles para el largo del resorte en función del tiempo, dependiendo de la relación entre los parámetros  $c$ ,  $m$  y  $\omega_0$ .
- Si  $\omega_0 = \frac{c}{m}$ , determine la posición y velocidad de  $P$  en función de  $t$ , referidas a un sistema inercial.

Expresión de la aceleración en coordenadas esféricas:

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) \hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta) \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\phi} \sin^2 \theta) \hat{\phi}$$